Ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada

Márcio Augusto Carvalho Viegas

JUIZ DE FORA

DEZEMBRO, 2011

Ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada

Márcio Augusto Carvalho Viegas

Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

Departamento de Ciência da Computação

Bacharelado em Ciência da Computação

Orientador: Rodrigo Luis da Souza da Silva

JUIZ DE FORA

DEZEMBRO, 2011

FERRAMENTA DE APOIO AO ENSINO DE FÍSICA UTILIZANDO REALIDADE AUMENTADA

Márcio Augusto Carvalho Viegas

MONOGRAFIA SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA, COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

Rodrigo Luis da Souza da Silva
Doutor em Engenharia

Marcelo Bernardes Vieira
Doutor em Ciência da Computação

Marcelo Caniato Renhe
Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação

JUIZ DE FORA

8 DE DEZEMBRO, 2011

Ao meu avô Vicente Milton de Carvalho.

Resumo

Esta monografia apresenta uma ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada. Os principais conceitos sobre a Realidade Aumentada e os *frameworks* da área serão apresentados. As funções que simulam os eventos físicos são explicadas e desenvolvidas e, portanto, nenhuma biblioteca clássica foi utilizada. São propostos sistemas de Realidade Aumentada para cada módulo da ferramenta. Os resultados obtidos são divulgados. Por fim, discute-se os resultados e oferece-se ideias para trabalhos futuros.

Palavras-chave: Realidade Aumentada, Computação Gráfica, Ensino.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais e à toda minha família, pelo apoio e incentivo.

Agradeço também aos meus amigos e principalmente ao Fabrício Berg, ao Rafael Vale e ao Mayk Barbosa que sempre me ajudaram nos momentos mais difíceis da minha graduação.

À minha namorada, Moema Meneghin, que se manteve firme durante as minhas ausências.

Finalmente, agradeço ao professor, Rodrigo Luis, pela orientação, paciência e credibilidade que me foi dada.

Sumário

1 Introdução **5**
- 1.1 Definição do Problema . . . 5
- 1.2 Justificativa . . . 5
- 1.3 Objetivos . . . 6

2 Trabalhos relacionados **7**

3 Realidade Aumentada **10**
- 3.1 Sistemas de Realidade Aumentada . . . 11
  - 3.1.1 Sistemas de visão por vídeo baseado em monitor . . . 11
  - 3.1.2 Sistemas de visão ótica direta . . . 12
- 3.2 Frameworks de Realidade Aumentada . . . 12
  - 3.2.1 ARToolKit . . . 12
  - 3.2.2 SudaRA . . . 13

4 Modelo físico **14**
- 4.1 Movimento uniforme . . . 14
- 4.2 Movimento uniformemente variado . . . 15
- 4.3 Energia cinética . . . 15
- 4.4 Energia potencial . . . 16
- 4.5 Energia mecânica . . . 16
- 4.6 Lei da conservação da energia . . . 16
- 4.7 Lei da conservação da quantidade de movimento . . . 16
- 4.8 Movimento harmônico simples . . . 17
- 4.9 Colisão elástica entre blocos rígidos . . . 17
- 4.10 Lançamento vertical para cima e queda livre . . . 18
- 4.11 Descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado . . . 20
- 4.12 Pêndulo simples . . . 21

5 Sistema Proposto **23**
- 5.1 Colisão elástica entre blocos rígidos . . . 23
- 5.2 Lançamento vertical para cima e queda livre . . . 26
- 5.3 Descida de um bloco sobre um plano inclinado . . . 29
- 5.4 Pêndulo simples . . . 31

6 Resultados **33**
- 6.1 Colisão elástica entre blocos rígidos . . . 33
- 6.2 Lançamento vertical para cima e queda livre . . . 34
- 6.3 Descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado . . . 36
- 6.4 Pêndulo simples . . . 38

7 Conclusão **40**

Referências Bibliográficas **41**

1 Introdução

Recentemente, a vasta utilização de recursos tecnológicos em instituições de ensino gerou um crescente interesse no desenvolvimento de ferramentas que auxiliem o aprendizado. Em decorrência disso, formou-se um extenso campo multidisciplinar na área da ciência da computação focado na pesquisa e desenvolvimento dessas ferramentas.

O interesse em desenvolver uma ferramenta de ensino de física utilizando Realidade Aumentada (RA) é proveniente das vantagens que essa tecnologia pode proporcionar aos estudantes. A RA permite que o usuário controle os objetos virtuais utilizando objetos reais, aguça a sua percepção através da visão e possibilita que os objetos virtuais reproduzam as leis da física (Zorzal et al, 2010).

1.1 Definição do Problema

Muitos alunos de ensino fundamental e médio possuem dificuldade em aprender física. Enumera-se dois principais problemas causadores dessa realidade. Primeiramente, falta uma forma para representar o modelo físico em três dimensões, tal como eles acontecem. Não menos importante, simulações de eventos físicos podem acontecer de forma não trivial. Assim, torna-se um problema a ausência de meios que possibilitem ao usuário interagir com essas simulações e observar as consequências de possíveis modificações em um modelo físico.

1.2 Justificativa

O uso de recursos tecnológicos, como a Realidade Aumentada, associados a um treinamento e uma conscientização profissional dos educadores, mostra-se como possível alternativa a difícil tarefa de ensinar física.

Os sistemas físicos estudados, tanto a nível de ensino médio como de superior, simulam situações reais que ocorrem em nosso universo. Diferentemente do modelo atual

que utiliza livros, a Realidade Aumentada permite a visualização do modelo físico em três dimensões. É nesse contexto que a RA torna as explicações mais intuitivas, pois permite a visualização dos eventos físicos da forma como eles acontecem.

Um estudante poderá modificar as informações veiculadas ao sistema físico, recebendo em tempo real os resultados que suas ações causaram na simulação do evento físico. Essa possibilidade aumenta a interação do aluno com a matéria e consequentemente o interesse do mesmo por ela.

1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é a construção de uma ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada. Sistemas físicos, como o lançamento vertical, serão simulados e exibidos utilizando-se a RA. Professores serão capazes, com a ajuda da ferramenta desenvolvida nesse trabalho, de explicitar melhor os eventos físicos que pretendem ensinar à sua classe.

Um dos objetivos pretendidos é de criar uma ferramenta intuitiva, que atraia o interesse dos professores, e de fácil manuseio para impedir que profissionais sem muito conhecimento técnico desistam de utilizá-la. Dessa forma, será implementado uma forma intuitiva de interação entre o usuário e a aplicação. Objetos reais permitirão que o usuário modifique o modelo físico. O usuário poderá controlar as variáveis do sistema físico, como o peso dos objetos e a velocidade inicial de cada um deles, utilizando marcadores de papel.

2 Trabalhos relacionados

Propõe-se em (Kaufmann, 2008) uma aplicação de realidade aumentada para o ensino de física mecânica. Os alunos são habilitados a construir ativamente os seus próprios experimentos e estudá-los em um mundo tridimensional virtual (Figura 2.1(a)). Uma variedade de ferramentas são fornecidas para analisar as forças, massa, caminhos e outras propriedades de objetos antes, durante e após os experimentos. A aplicação em questão difere do trabalho aqui proposto, devido aos recursos tecnológicos de alto custo, como *tablets* e HMD (*Head Mounted Display*), necessários para utilizá-la (Figura 2.1(b)).

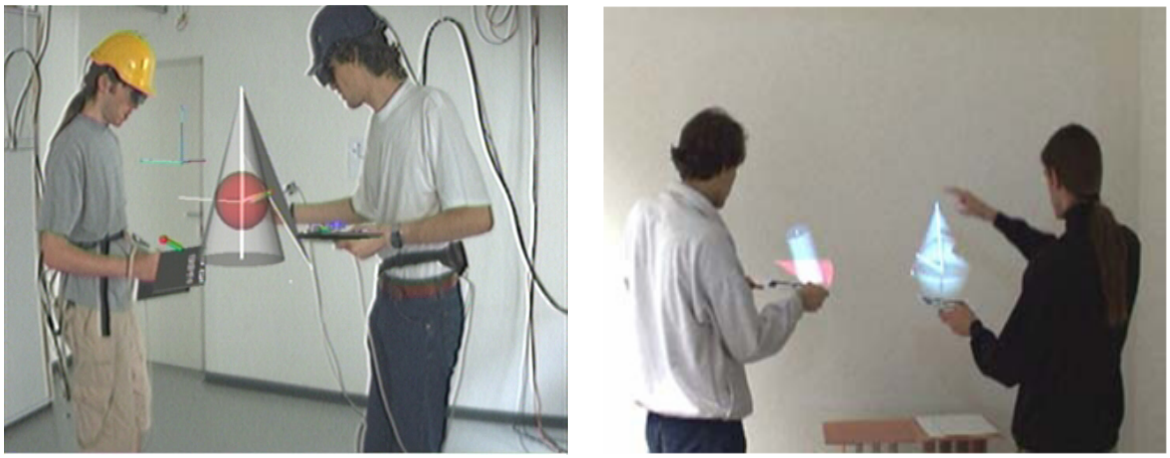
(a) Usuário testando o experimento físico criado com a aplicação.

(b) Acessórios mínimos necessários para utilizar a aplicação proposta.

Figura 2.1: Imagens da trabalho apresentado em (Kaufmann, 2008).

Baseado no sistema colaborativo de Realidade Aumentada *Studierstube*, os autores em (Kaufmann, 2003) propõem uma ferramenta de RA para o ensino de física e matemática. Como forma de suportar as diferentes formas de interação entre professor e alunos, foram implementados métodos flexíveis que se adaptam a diversos contextos (Figura 2.2.2). Entretanto, não há formas de se alterar as variáveis do modelo virtual apresentado e inserido no mundo real.

Uma interface interativa multimídia de Realidade Aumentada para *E-Learning* é apresentada em (Liarokapis, 2002). São utilizados áudio e vídeo para ensinar ao aluno o conceito de máquina de estados finitos, assunto comumente lecionado nos cursos de



(a) Aluno e professor utilizam HMD para enxergar os objetos virtuais da RA.

(b) Um retro-projetor é utilizado para visualizar o resultado da aplicação.

Figura 2.2: Diferentes formas de interação entre professor e aluno utilizando o sistema colaborativo proposto em (Kaufmann, 2003).

ciência da computação. Utiliza-se o mouse para estabelecer uma interação entre o usuário e o sistema virtual.

Em (Fjeld, 2003) são apresentadas as vantagens da utilização da RA no ensino de química, mais precisamente no ensino de arranjos moleculares de três dimensões. Um cubo, com marcadores distintos em cada uma de suas faces, é utilizado para rotacionar a estrutura química possibilitando ao estudante analisar a mesma em todos ângulos e em três dimensões. Assemelha-se à ferramenta aqui proposta, a ideia de utilizar os próprios marcadores, objetos reais, para modificar os objetos virtuais.

É conveniente ressaltar que a utilização da Realidade Aumenta para o ensino não está limitada as áreas de tecnologia e exatas. O trabalho desenvolvido em (Sielhorst, 2004) apresenta a extensão de um simulador de partos para treinamento médico com um sistema de Realidade Aumentada. O uso da ferramenta proposta propicia um aumento na eficiência do treinamento, já que o médico se concentra mais no modelo real do que na tela do computador remoto (Figura 2.3). Nesse tipo de protótipo existe a dificuldade em rastrear a perfeita localização do padrão estipulado onde serão inseridos os objetos virtuais. Devido a essa dificuldade encontrada também em outros artigos, no trabalho aqui proposto são utilizados padrões já universalmente conhecidos na RA. Os mesmos são apresentados no Capítulo 3.

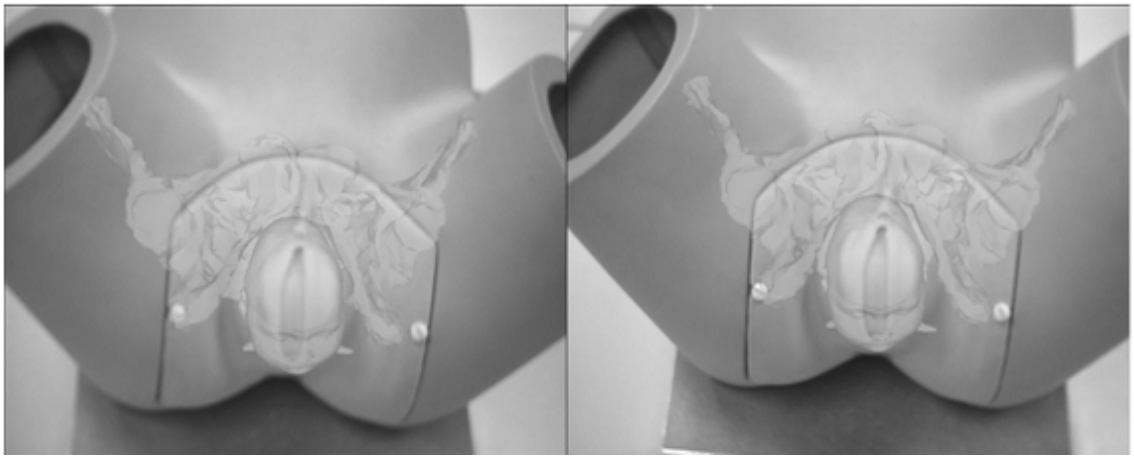


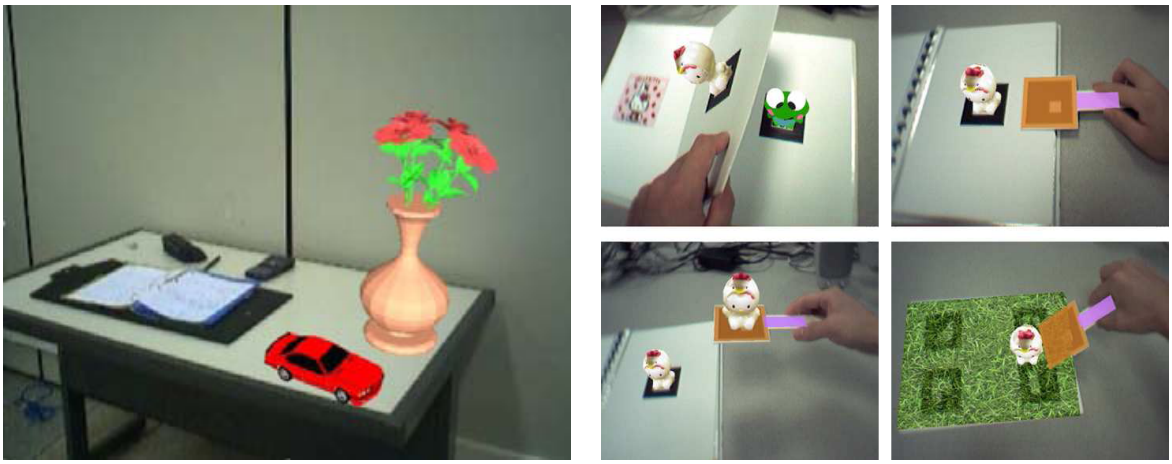
Figura 2.3: A imagem do útero e do bebê é vista por um médico que utiliza um HMD durante a simulação do parto (Sielhorst, 2004).

3 Realidade Aumentada

O termo Realidade Aumentada pode ser definido de várias maneiras. Uma mistura do mundo real com o virtual; um sistema que possibilita a existência de objetos virtuais no mundo real; e uma particularização de realidade misturada, com a predominância do mundo real (Kirner et al, 2006).

Pode-se imaginar a Realidade Aumentada como uma variação da Realidade Virtual. A príncipio a Realidade Aumentada e Virtual diferem-se no grau de realidade que ambos oferecem em suas aplicações. Na RV o usuário é imerso em um mundo virtual e fica impossibilitado de assimilar o mundo real a sua volta. Já a RA permite ao usuário ver o mundo real em conjunto com os objetos virtuais sobrepostos ao mesmo (Azuma, 1997).

Basicamente, a RA possibilita inserir objetos virtuais no mundo real e permite que objetos reais manipulem o cenário virtual. Na Figura 3.1(a) há um carro e um vaso, objetos virtuais, sobre uma mesa, objeto real. A Figura 3.1(b) apresenta uma pá feita de papel que é utilizada para movimentar objetos virtuais da cena.



(a) Realidade aumentada com vaso e carro virtuais sobre a mesa (Kirner et al, 2006).

(b) Objeto real modificando objeto virtual (Zhou, 2004).

Figura 3.1: Cenas de Realidade Aumentada com objetos virtuais inseridos no ambiente real.

3.1 Sistemas de Realidade Aumentada

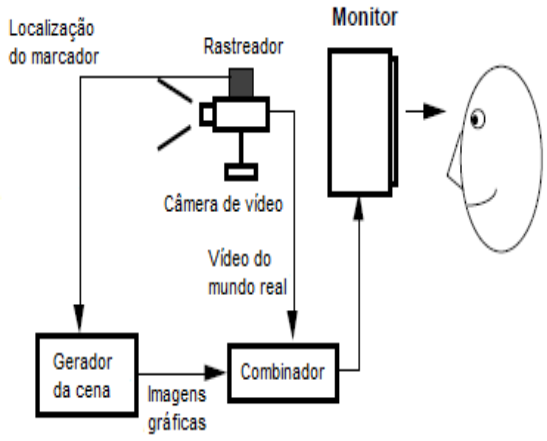
Os sistemas de Realidade Aumentada podem ser classificados conforme o tipo de *display* disponível (Azuma, 2001). Utiliza-se *webcam* e monitor para um sistema de visão por vídeo baseado em monitor (Figura 3.2) ou capecetes equipados com uma câmera são usados para um sistema de visão ótica direta (Figura 3.3). Adianta-se que a ferramenta proposta nesse trabalho foi desenvolvida utilizando o sistema de visão por vídeo baseado em monitor.

Apesar das diferenças que esses sistemas possuem, ambos aguçam as habilidades visuais e espaciais de seus usuários e constituem um novo e promissor paradigma de interface entre usuário e computador (Maier, 2009).

3.1.1 Sistemas de visão por vídeo baseado em monitor

O conjunto *webcam* e monitor, devido ao custo baixo, é o mais utilizado nas aplicações de Realidade Aumentada. A *webcam* é responsável por capturar a cena real. Essa cena, após capturada, é misturada com os objetos virtuais gerados pelo computador. Por fim, o mesmo libera o resultado, mundo real mais objetos virtuais, em um monitor.

Apesar de ser mais barato e de fácil ajuste, em sistemas de visão por vídeo baseado em monitor o ponto de vista do usuário é fixo. Ainda, aplicações tridimensionais são afetadas, já que a imagem no monitor é feita em duas dimensões (Kirner, 2005).



(a) Funcionamento desse tipo de sistema. Adaptado de (Azuma, 1997).

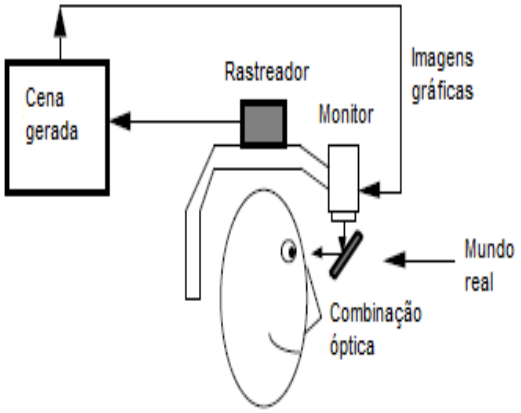
(b) Exemplo de aplicação que utiliza esse sistema de RA. (Fjeld, 2003)

Figura 3.2: Sistema de visão por vídeo baseado em monitor.

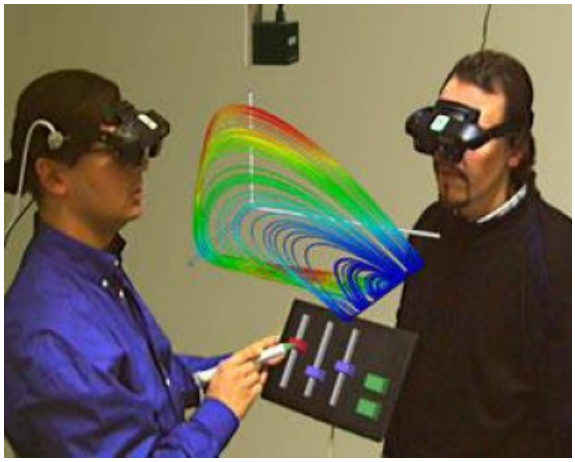
3.1.2 Sistemas de visão ótica direta

Em sistemas de visão ótica direta o usuário tem liberdade para movimentar-se. O ponto de visão não é fixo. Consequentemente a sensação de que os objetos virtuais fazem parte do mundo real é ainda maior.

Devido à necessidade das superfícies de projeção, esse sistema fica restrito às condições do espaço real (Kirner, 2005). Além disso, se comparado ao sistema apresentado anteriormente, os equipamentos necessários para utilizar esse sistema possuem custos elevados.



(a) Funcionamento desse tipo de sistema. Adaptado de (Azuma, 1997).



(b) Exemplo de aplicação que utiliza esse sistema de RA. (Schmalstieg, 1996)

Figura 3.3: Sistema de visão óptica direta.

3.2 Frameworks de Realidade Aumentada

3.2.1 ARToolKit

O *ARToolKit* é um software livre bastante utilizado no desenvolvimento de aplicações de Realidade Aumentada. A função dele é definir a localização onde serão impressos os objetos virtuais na cena real. Para isso o *ARTooLkit* utiliza matrizes de transformação e marcadores (Hirokazu Kato, 2007) .

Marcadores são objetos reais que obedecem um padrão em sua construção e servem para posicionar os objetos virtuais na cena real (Figura 3.4). Os marcadores do ARToolKit, seguem o seguinte padrão: devem ter uma borda contínua (branca ou preta)

sobre um fundo contrastante; cada borda precisa ter a espessura de vinte e cinco por cento do comprimento do marcador; precisa ser necessariamente um quadrado; e a imagem do centro, que distinque um marcador de outro, não deve ser rotacionalmente simétrica.

Quando um marcador é reconhecido, o ARToolKit calcula a transformação da câmera relativa a esse marcador para que o objeto virtual possa ser desenhado. Assim a localização de um objeto virtual estará sempre em função de um marcador ou de vários.

Figura 3.4: Marcador utilizado pelo ARToolKit

3.2.2 SudaRA

SudaRA (Suporte ao Desenvolvimento de Aplicações em Realidade Aumentada) é um *framework* de suporte ao desenvolvimento de aplicações de RA desenvolvido em C++ e baseado no ARToolKit (Carlos Henrique, 2011).

O *framework* oferece recursos como suporte para os modelos 3D, som, rede e monitoramento de múltiplos marcadores. Além disso, o SudaRa destaca-se em relação ao ARToolKit pelo fato de facilitar o trabalho do desenvolvedor, propiciando uma interface simples e bem estruturada.

4 Modelo físico

Neste capítulo serão apresentados os principais conceitos da física mecânica e os modelos físicos dos sistemas propostos que serão implementados. Primeiramente, os termos da física mecânica são discutidos. Esses serão a base para resolver as incógnitas dos eventos físicos que serão simulados. Por fim, avalia-se esses eventos físicos e descreve-se as fórmulas necessárias para a implementação de cada sistema.

4.1 Movimento uniforme

Define-se movimento uniforme como sendo aquele movimento que tem velocidade escalar constante em qualquer instante ou intervalo de tempo. No movimento uniforme a variação da velocidade é igual a zero, pois a velocidade final é igual à velocidade inicial, assim conclui-se que a aceleração é sempre constante e igual a zero.

Sendo ΔS a variação da posição do móvel e Δt a variação do tempo, pode-se expressar a velocidade como:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{4.1}$$

Fazendo tempo inicial igual a zero na equação 4.1, temos a função horária do movimento uniforme.

$$S = S_0 + vt \tag{4.2}$$

Essa é uma função do primeiro grau e é chamada de função horária da posição. Através dela podemos determinar a posição de um móvel num determinado instante.

4.2 Movimento uniformemente variado

O movimento uniformemente variado é o movimento no qual a velocidade escalar varia uniformemente no decorrer do tempo. O movimento caracteriza-se por haver uma aceleração diferente de zero e constante.

A aceleração instantânea do móvel (a_m) é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{4.3}$$

Sabe-se que Δv é a variação da velocidade do móvel e Δt é a variação do tempo. Assim, supondo $t_0 = 0$, de (Equação 4.3) tem-se que a velocidade de um móvel que possui movimento uniformemente variado em um instante de tempo igual a t é dada por:

$$v = v_0 + at \tag{4.4}$$

Essa é a função horária da velocidade do movimento uniformemente variado. Ela descreve a velocidade em função do tempo.

4.3 Energia cinética

Energia cinética (E_c) é a energia de movimento. Um corpo que se movimenta possui uma energia cinética proporcional a sua massa e ao quadrado de sua velocidade. Para um objeto de massa m a uma velocidade v a sua energia cinética, em um instante de tempo, é calculada como:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \tag{4.5}$$

Evidenciando v na equação 4.5, teremos que a velocidade de um corpo com energia cinética E_c é igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \tag{4.6}$$

4.4 Energia potencial

A energia potencial (E_p) é conhecida como energia armazenada. A energia potencial, mediante a realização de trabalho, é transformada em outras formas de energia.

Entre as energias potenciais existentes, como a hidráulica e a nuclear, a energia potencial gravitacional é a mais conhecida e estudada nas escolas de ensino médio. Para um objeto de massa m a uma altura h sob a ação da gravidade g a sua energia potencial gravitacional, em um instante de tempo, é calculada da seguinte forma:

$$E_p = mgh \tag{4.7}$$

4.5 Energia mecânica

A energia mecânica (E_m) de um sistema é a soma das energias que atuam nesse sistema. A energia mecânica de um objeto que possui energia cinética (E_c) e energia potencial (E_p), em um instante de tempo, será:

$$E_m = E_p + E_c \tag{4.8}$$

4.6 Lei da conservação da energia

A energia não se cria nem se destrói; apenas se transfere. Basicamente, a lei da conservação da energia se resume a isso. A energia mecânica inicial (E_{mi}) de um sistema ou de um objeto será igual a sua energia mecânica final (E_{mf}).

$$S_{conservativo} \rightarrow E_{mi} = E_{mf} \tag{4.9}$$

4.7 Lei da conservação da quantidade de movimento

A lei da conservação da quantidade de movimento diz que a quantidade de movimento de um sistema, quando a resultante das forças externas for nula, é constante. A quantidade de movimento de um objeto é o produto da massa (m) pela velocidade (v), assim:

$$\sum m_i v_i = \sum m_f v_f \tag{4.10}$$

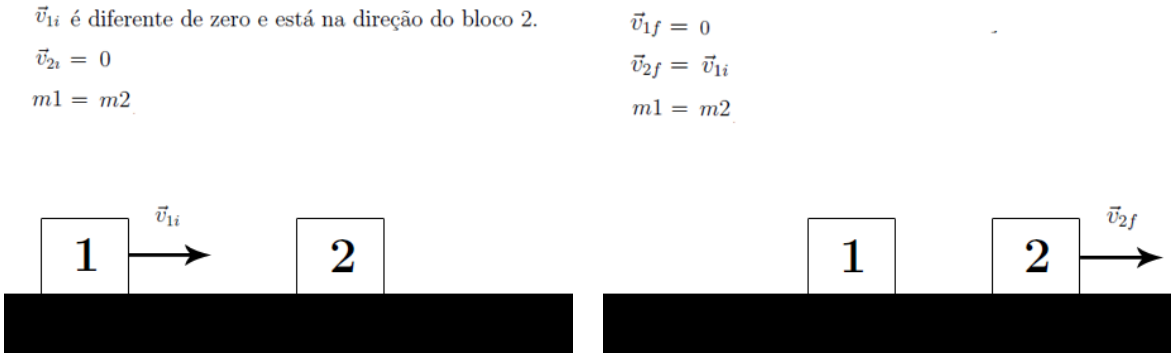
4.8 Movimento harmônico simples

O Movimento harmônico simples (MHS) corresponde a um movimento de oscilação com período T constante. O pêndulo simples, quando oscila com pequena amplitude descreve um MHS. O período de um pêndulo simples que sustenta um objeto ligado a um fio de comprimento l com a aceleração da gravidade g é dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{4.11}$$

4.9 Colisão elástica entre blocos rígidos

Suponhamos dois blocos de massas m_1 e m_2 com velocidades iniciais $\vec{v}_{1i}$ e $\vec{v}_{2i}$ respectivamente.



(a) Antes da colisão.

(b) Após a colisão.

Figura 4.1: Colisão elástica entre blocos rígidos de mesma massa.

A partir da lei de conservação da energia (Equação 4.9) escreve-se:

$$\frac{m_1(\vec{v}_{1i})^2}{2} + \frac{m_2(\vec{v}_{2i})^2}{2} = \frac{m_1(\vec{v}_{1f})^2}{2} + \frac{m_2(\vec{v}_{2f})^2}{2} \tag{4.12}$$

Quando as velocidades dos blocos se processa apenas em uma direção podemos usar apenas os módulos das velocidades. Na simulação tem-se $v_{2i} = 0$. Por fim, a partir

da equação 4.12, mostra-se que:

$$\vec{v}_{1f} = \frac{m1 - m2}{m1 + m2}\vec{v}_{1i} \tag{4.13}$$

$$\vec{v}_{2f} = \frac{2m1}{m1 + m2}\vec{v}_{1i} \tag{4.14}$$

De (Equação 4.13) e (Equação 4.14) surgem dois casos particulares:

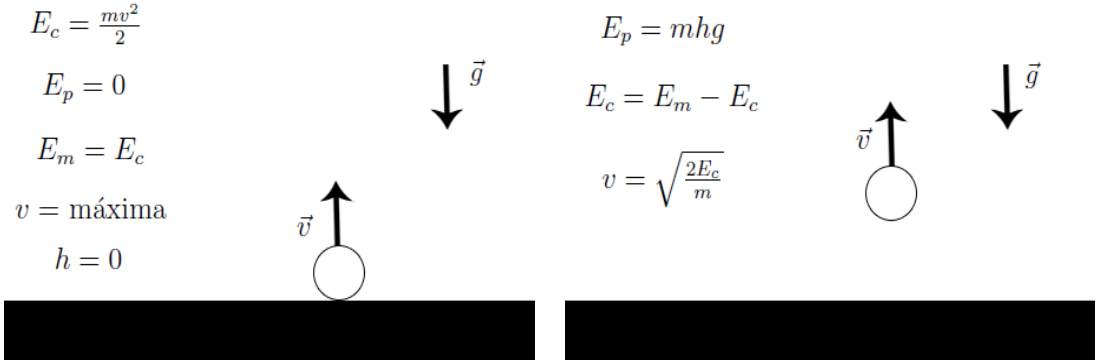
1. Se m1 = m2 então $v_{1f} = 0$ e $v_{2f} = v_{1i}$. O bloco 1 para e transfere toda a sua velocidade para o bloco 2.

2. Se m2 >> m1 então $v_{1f} = -v_{1i}$ e $v_{2f} = 0$. O bloco 2 continua parado sem velocidade e o bloco 1 continua com velocidade de mesmo módulo e sentido, porém em direção contrária a velocidade inicial.

4.10 Lançamento vertical para cima e queda livre

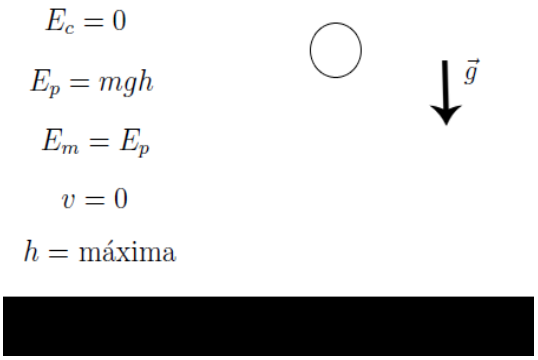
Considere que a esfera da Figura 4.10 possua massa m e seja inicialmente lançada para cima a partir do solo com velocidade v sobre a ação da gravidade g. Pode-se calcular sua energia cinética no instante de tempo igual a zero utilizando a Equação 4.5. No instante inicial, pode-se afirmar que a energia mecânica do sistema será igual a energia cinética, pois a altura e consequentemente a energia potencial serão iguais a zero (Equação 4.7). Assim, a energia mecânica da esfera, que deve se manter constante, será proporcional ao quadrado de sua velocidade inicial e inversamente proporcional a sua massa (Equação 4.5).

Tomando como referência o nível do solo, durante a subida a quantidade de energia cinética dimui e a potencial gravitacional aumenta. Sabe-se que a velocidade é dada pela variação da posição no espaço em relação ao tempo. Assim, a cada instante de tempo e consequentemente a cada variação da altura da esfera, sabe-se o valor da energia potencial gravitacional (Equação 4.7). Ainda, a energia mecânica do sistema é uma constante, dessa forma, sendo E_m uma constante e E_p conhecida, calcula-se o valor da energia cinética utilizando a Equação 4.8. A nova velocidade é obtida a partir da

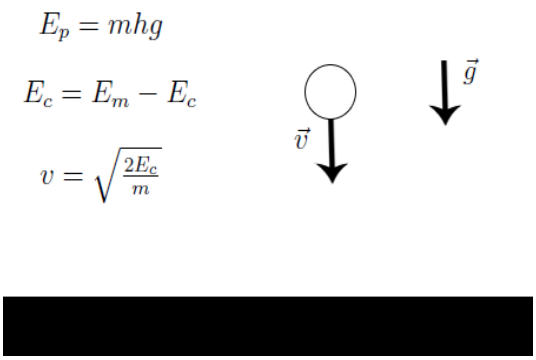


(a) Instante inicial.

(b) Subida.



(c) Inversão de movimento.



(d) Descida.

Figura 4.2: Lançamento vertical para cima e queda livre.

Equação 4.6.

Percebe-se que no lançamento vertical para cima o movimento da esfera é uniformemente retardado, pois sua velocidade decresce à medida que varia sua posição. Quando toda a energia cinética é convertida em energia potencial a esfera chega a sua altura máxima. Toda a energia do sistema está armazenada em forma de energia potencial. Nesse momento acontece a inversão de movimento. A esfera é acelerada pela gravidade local.

Na queda livre o movimento da esfera é uniformemente acelerado pela gravidade g. O módulo da velocidade final da esfera ao atingir o solo será igual a velocidade de lançamento, pois, nesse momento, a E_p será nula e novamente a E_c será igual a E_m.

4.11 Descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado

As forças que atuam sobre um bloco de massa m apoiado sobre um plano inclinado de ângulo θ em relação à horizontal e sob a ação da gravidade g são: força peso ($\vec{P}$) e força normal ($\vec{N}$). Elas são também conhecidas como: força de atração gravitacional e força de reação ao contato do bloco com a superfície de apoio, respectivamente. Ver Figura 4.3.

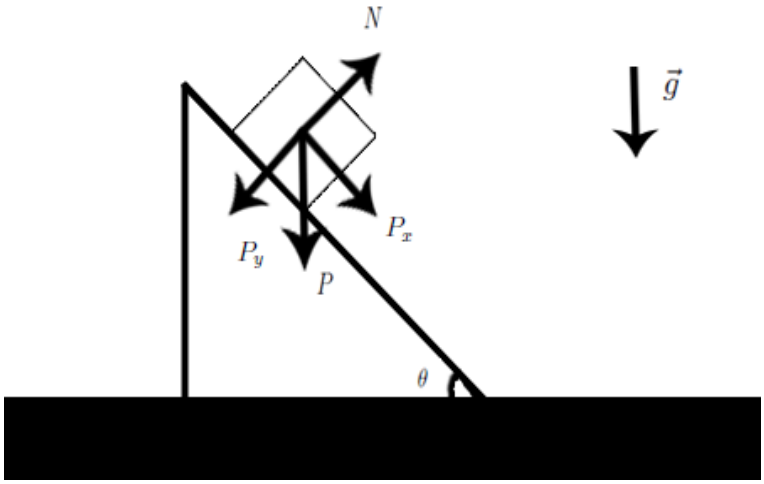


Figura 4.3: Descida de um bloco apoiado sobre plano inclinado e sob a ação da gravidade

É costumeiro, para simplificar a análise matemática desse tipo de problema, decompor as forças que atuam sobre o bloco em duas direções. A força P_x é paralela ao plano inclinado e P_y é perpendicular ao plano inclinado. A primeira é responsável pela descida do bloco enquanto a última é equilibrada pela força normal do plano. Sabe-se, utilizando geometria triangular e a partir do ângulo θ da rampa, que essas forças decompostas podem ser calculadas como:

$$P_x = P \sin\theta \tag{4.15}$$

$$P_y = P \cos\theta \tag{4.16}$$

Ainda, a partir da Equação 4.15:

$$P \sin\theta = ma \tag{4.17}$$

$$mg \sin\theta = ma \tag{4.18}$$

$$a = g \sin\theta \tag{4.19}$$

Como não existe movimento em outras direções tem-se que:

$$N = P_y \tag{4.20}$$

$$N = mg \cos\theta \tag{4.21}$$

4.12 Pêndulo simples

Um pêndulo simples é um sistema ideal que consiste de um objeto suspenso por um fio inextensível e leve (Figura 4.4). Calcula-se o período de um pêndulo simples utilizando a Equação 4.11 quando a amplitude angular do mesmo é menor que quinze graus.

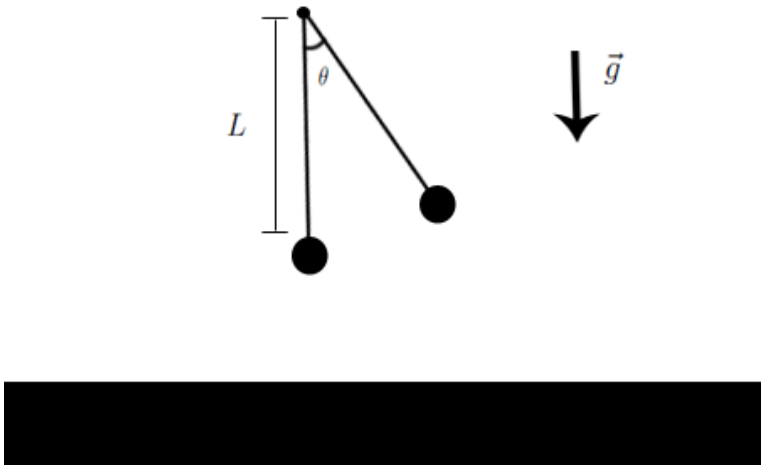


Figura 4.4: Pêndulo simples

Quando afastado de sua posição de equilíbrio e solto, o pêndulo oscilará em um

plano vertical sobre a ação da gravidade. Quando o pêndulo oscila em pequenas amplitudes ($\theta < 15$) ele descreve um movimento harmônico simples. Assim, para um pêndulo com um fio de comprimento l sobre a ação da gravidade g e amplitude $\theta < 15$ sabe-se que o período T pode ser calculado através da Equação 4.11. Nessas condições, conclui-se que o período de oscilação independe da amplitude, independe da massa do objeto, é diretamente proporcional à raiz quadrada do comprimento e inversamente proporcional à raiz quadrada da aceleração da gravidade local.

É possível determinar a aceleração da gravidade em qualquer ponto da Terra utilizando um pêndulo simples. Sabendo o comprimento l do fio, medindo o período do pêndulo com um relógio e isolando g da equação 4.11 tem-se:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \tag{4.22}$$

5 Sistema Proposto

A ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada (FAEFRA) foi desenvolvida na linguagem C++ com o auxílio do *framework* SudaRA apresentado anteriormente. A biblioteca *OpenGL* (*Open Graphics Library*) foi utilizada na geração da parte gráfica da aplicação.

A FAEFRA é composta por quatro simulações de eventos físicos: colisão elástica entre blocos rígidos, lançamento vertical para cima e queda livre, a descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado e sob a ação da gravidade e o pêndulo simples. Os quatro sistemas desenvolvidos serão apresentados a seguir.

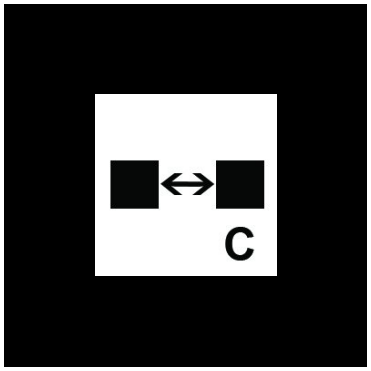
5.1 Colisão elástica entre blocos rígidos

A colisão elástica entre dois blocos rígidos permite verificar a conservação do movimento e a conservação de energia mecânica em um sistema isolado. Na simulação proposta desconsidera-se o fato de que uma colisão pode resultar a excitação de um átomo, molécula ou núcleo. Simula-se somente a colisão elástica, quando toda energia mecânica do sistema é conservada.

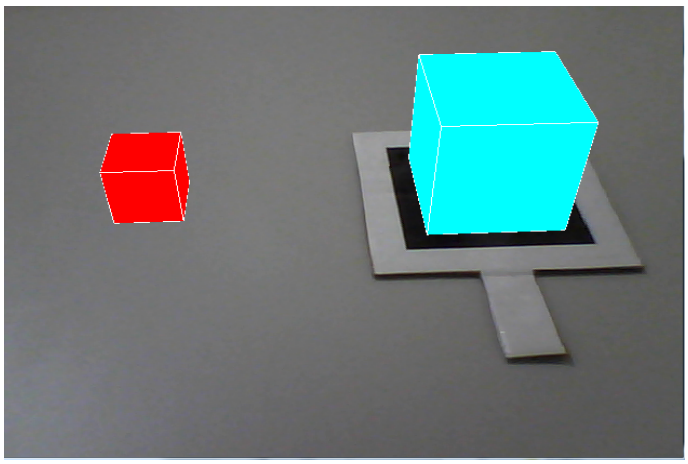
O sistema criado é composto por dois blocos posicionados um de frente para o outro. Durante a simulação é atribuído a um dos blocos uma velocidade inicial na direção do bloco oposto. Essa velocidade permite que o bloco se desloque e atinja o bloco que estava parado.

A inserção do marcador (Figura 5.1(a)) na cena possibilita que ambos os blocos sejam visualizados (Figura 5.1(b)).

O ângulo de rotação do marcador sobre a mesa e em relação a câmera de vídeo determina a massa do bloco que não receberá velocidade inicial. Ao rotacionar o marcador é possível modificar a massa do bloco para 15kg, 3kg ou 5000kg . Esses valores para a massa do bloco possibilitam simular os diferentes casos possíveis na colisão de blocos rígidos. Essas possibilidades foram abordadas no capítulo 4. As Figuras 5.2 e 5.3 fazem



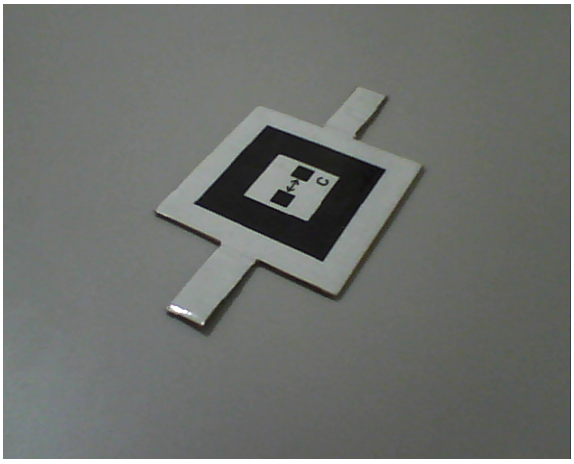
(a) Desenho do marcador que desenha os blocos na cena.



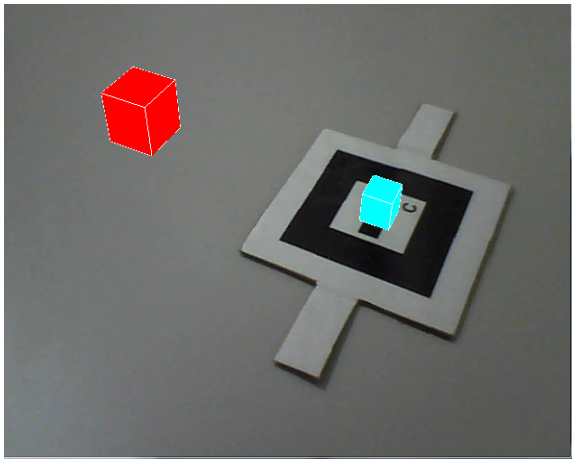
(b) Visualização dos blocos quando o marcador é inserido na cena.

Figura 5.1: Blocos criados com a inserção de um marcador.

um comparativo entre a rotação do marcador e a massa do bloco desenhado.



(a) Marcador na cena.



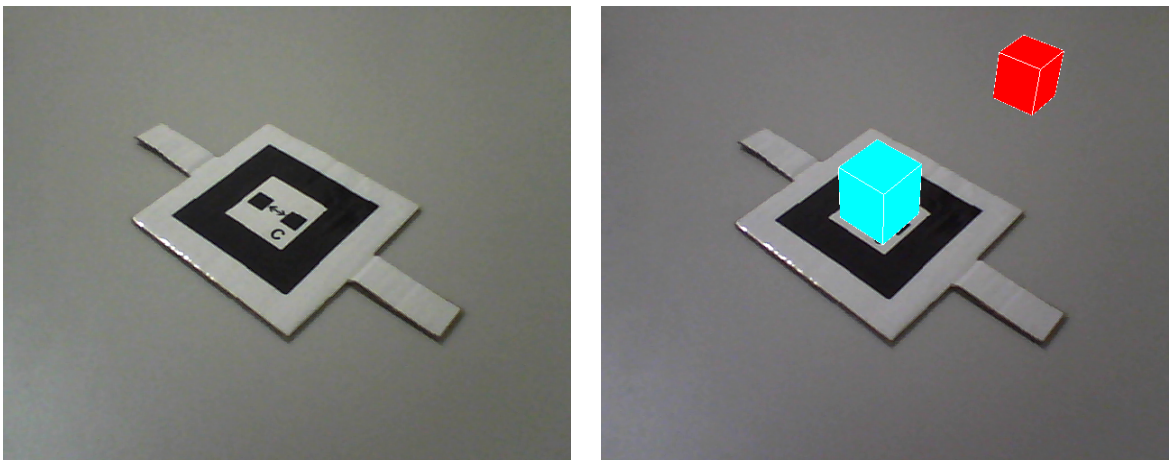
(b) Bloco com massa igual a 3kg.

Figura 5.2: Ângulo de rotação do marcador para que o bloco tenha massa igual a 3kg.

O marcador (Figura 5.4(a)) define a velocidade inicial de um dos blocos. Sendo θ o ângulo de rotação do marcador em relação a câmera, calcula-se a velocidade inicial da seguinte forma:

$$v_i = \frac{\theta}{15} \tag{5.1}$$

Determina-se a velocidade dessa forma, pois ela garante uma faixa satisfatória de possíveis velocidades iniciais. Sabe-se que $0 < \theta < 360$, assim a velocidade máxima inicial



(a) Marcador na cena.

(b) Bloco com massa igual a 15kg.

Figura 5.3: Ângulo de rotação do marcador para que o bloco tenha massa igual a 15kg.

será de $24m/s$ e a mínima estipulada é $1m/s$.

Por fim, a inserção do marcador 5.4(b) na cena inicia a simulação. Quando esse marcador entra em cena a velocidade definida pelo ângulo de rotação do marcador (Figura 5.4(a)) é atribuída a um dos blocos.

(a) Marcador que modificar a velocidade inicial de um dos blocos

(b) Marcador responsável por iniciar a simulação.

Figura 5.4: Marcadores utilizandos na simulação.

Na simulação, o bloco que adquiri a velocidade inicial descreve um movimento uniforme com velocidade na direção e sentido do outro bloco. A posição do bloco é calculada utilizando a equação 4.2. Sabendo a posição do bloco é possível calcular o instante correto da colisão e é nesse momento que calcula-se a velocidade dos blocos após

a colisão de acordo com as equações 4.13 e 4.14. Após uma simulação os cubos são desenhados novamente em suas posições inicias para que uma nova simulação possa ser feita.

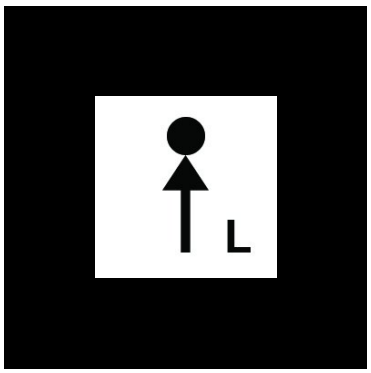
Durante a simulação são impressos os valores da massa e da velocidade de ambos os blocos. Além disso, o valor da velocidade inicial que será atribuída a dos blocos é disponibilizado na tela da aplicação.

5.2 Lançamento vertical para cima e queda livre

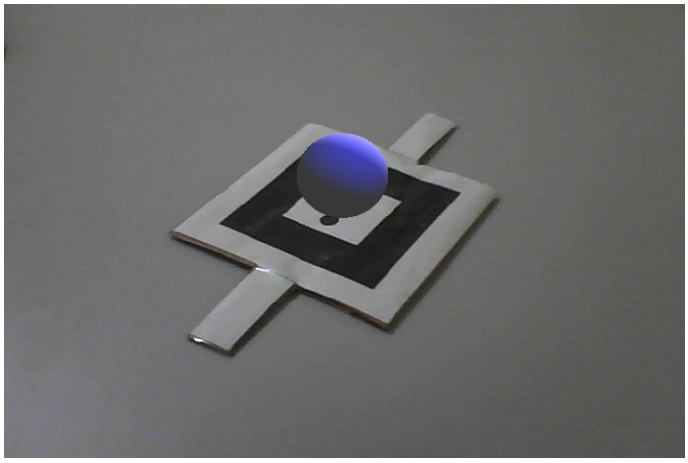
A simulação do lançamento vertical para cima e a queda livre permitem observar o movimento uniformemente variado e a conservação da energia mecânica em um sistema isolado.

No sistema criado, uma esfera inicialmente no solo é lançada para cima sob a ação da gravidade. Após o lançamento a esfera atinge a altura máxima de acordo com a velocidade inicial determinada e com a gravidade do local. No instante em que alcança a altura máxima a esfera começa a cair com aceleração constante até atingir o solo.

O marcador da Figura 5.5(a) ao ser inserido na cena possibilita que a esfera seja visualizada no monitor. A Figura 5.5(b) é o resultado que se obtém com a presença desse marcador no vídeo captado pela câmera.



(a) Marcador que desenha a esfera na cena.

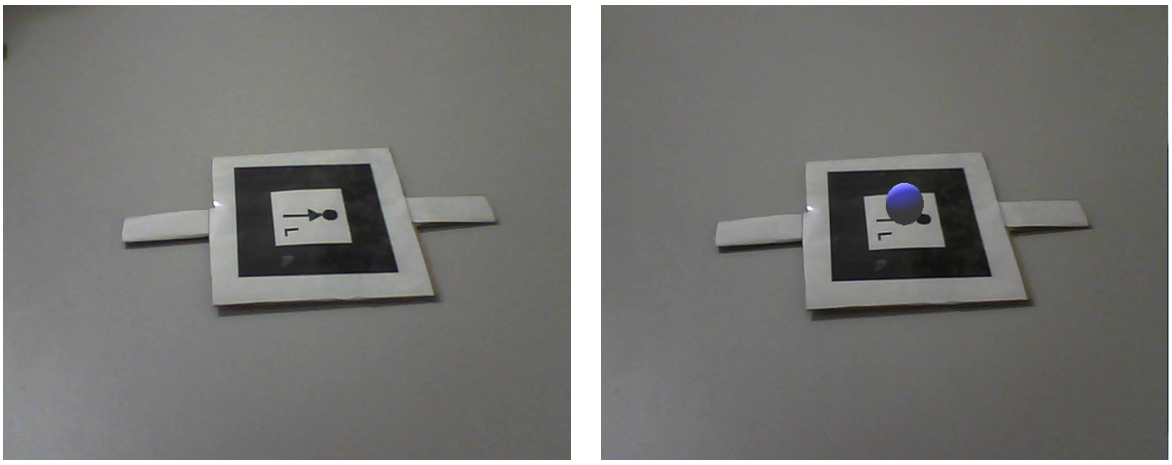


(b) Visualização da esfera quando o marcador é inserido na cena.

Figura 5.5: Esfera criada com a inserção de um marcador.

Ao rotacionar o marcador é possível alterar a massa da esfera para 10kg, 20kg

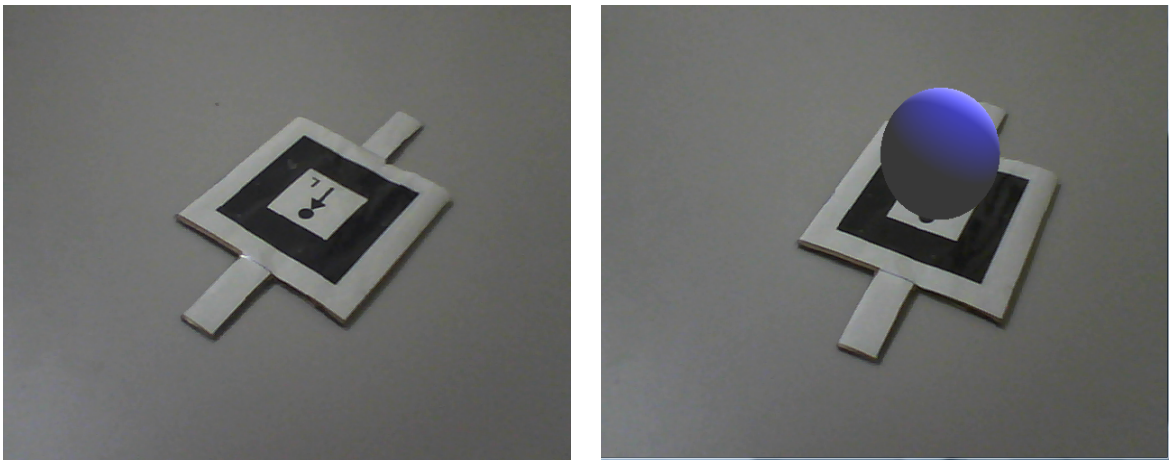
ou 30kg. As Figuras 5.6 e 5.7 formam um comparativo entre o ângulo de rotação do marcador e a massa da esfera gerada na cena.



(a) Marcador na cena.

(b) Esfera de massa igual a 10kg.

Figura 5.6: Ângulo de rotação do marcador para que o bloco tenha massa igual a 3kg.



(a) Marcador na cena.

(b) Esfera de massa igual a 30kg.

Figura 5.7: Ângulo de rotação do marcador para que o bloco tenha massa igual a 30kg.

O marcador da Figura 5.8(a) é responsável por determinar a energia cinética de lançamento. Ignorando a resistência do ar, objetos lançados com a mesma velocidade, mesmo que possuam massas diferentes, descreverão movimentos iguais. Desta forma, optou-se por utilizar o marcador para determinar a energia cinética de lançamento ao invés da velocidade inicial de lançamento. Rotacionando o marcador é possível determinar essa energia para 10.000J, 15.000J e 25.000J.

Ao ser inserido na cena, o marcador da Figura 5.8(b), calcula a velocidade inicial de lançamento de acordo com a energia cinética e a massa definidas pelos marcadores citados anteriormente e inicia o lançamento da esfera.

(a) Determina a energia cinética de lançamento.

(b) Inicia a simulação.

Figura 5.8: Marcadores utilizados no lançamento vertical e na quedra livre

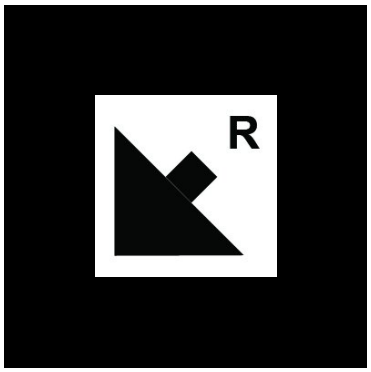
Durante a subida, o objeto descreve um movimento uniformemente desacelerado, pois o sentido da velocidade do objeto e da aceleração da gravidade são iguais, mas os sentidos de ambos são opostos. Na descida, a velocidade do objeto e a aceleração da gravidade possuem sentido e direção iguais e portanto o objeto descreve um movimento uniformemente acelerado.

A cada instante de tempo calcula-se a velocidade da esfera de acordo com a equação 4.4, lembrando que a aceleração exerce força contrária ao eixo positivo horizontal definido, então a aceleração é dada por $-g$. A posição no instante $t+1$ da esfera pode ser calculada utilizando a velocidade e a posição do cubo no instante t. Sabendo a posição e a velocidade da esfera calcula-se a energia cinética e a energia potencial da esfera.

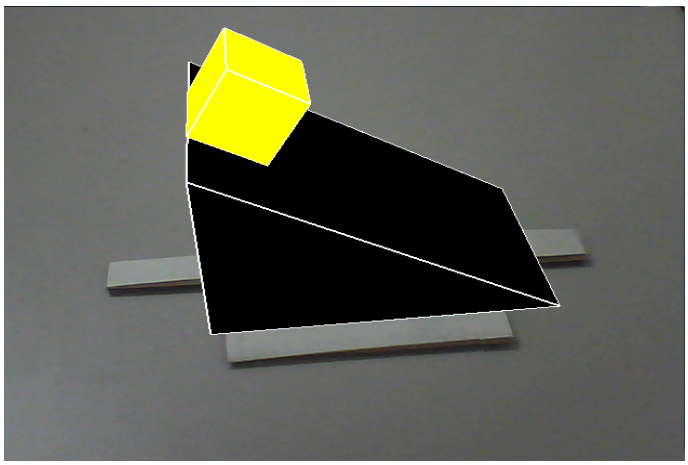
Durante a simulação os valores da energia mecânica da esfera, da altura máxima atingida, da velocidade inicial e da massa da esfera são impressos na tela da aplicação para que o usuário possa acompanhar os cálculos que envolvem o evento físico simulado.

5.3 Descida de um bloco sobre um plano inclinado

A descida de um bloco sobre um plano inclinado permite observar a decomposição de forças, o movimento uniformemente variado e a conservação da energia mecânica de um sistema isolado.



(a) Marcador que desenha o bloco e o plano inclinado.



(b) Visualização do sistema.

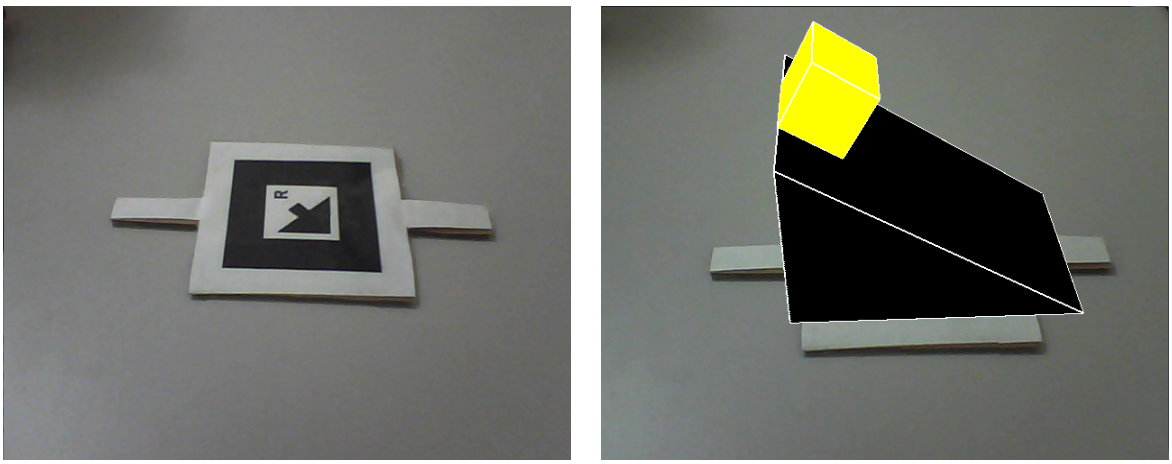
Figura 5.9: Bloco e plano inclinado visualizados a partir da inserção de um marcador.

Um bloco é posicionado no topo de um plano inclinado de ângulo θ em relação ao plano horizontal. Sob a ação da gravidade esse bloco desliza pelo plano inclinado até atingir o plano horizontal. O sistema implementado simulará essa situação.

Ao ser inserido na cena o marcador (Figura 5.9(a)) possibilita que o plano inclinado e o cubo sejam visualizados pelo usuário. O resultado obtido é visto na Figura 5.9(b). Esse marcador, quando rotacionado, altera o valor do ângulo θ. Os possíveis valores de θ são: 30, 45 e 60 graus. As Figuras 5.10 e 5.11 fazem um comparativo entre o ângulo de rotação do marcador na cena e o ângulo definido entre o plano inclinado e o horizontal.

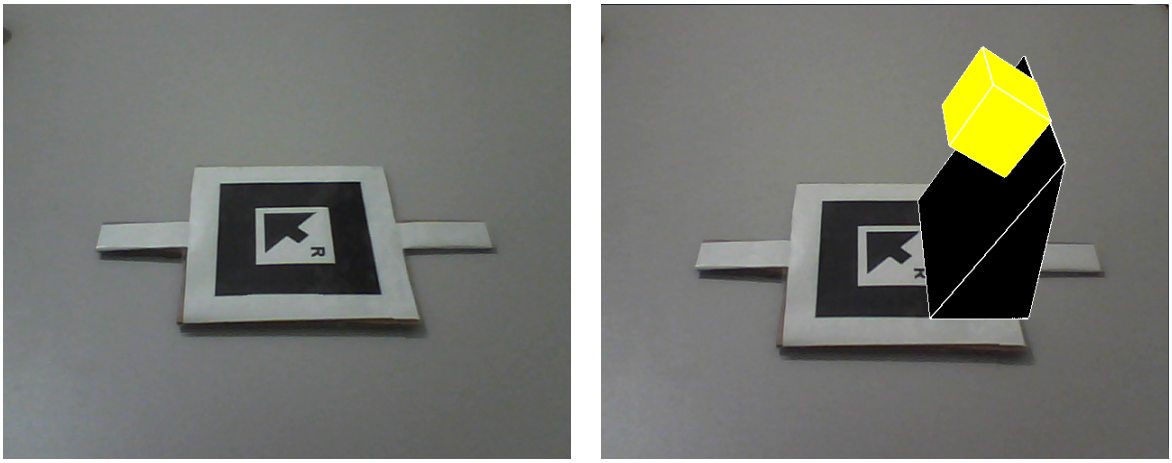
A inserção do marcador 5.12(b) na cena inicia a descida do cubo pelo plano inclinado. O marcador 5.12(a) é responsável por voltar o cubo para a sua posição inicial, no topo do plano inclinado.

O bloco, durante a descida, descreve um movimento acelerado de acordo com a gravidade local e o valor do ângulo θ. A Equação 4.19 foi utilizada para calcular a aceleração constante com que o bloco desce a rampa. Ainda, a velocidade pode ser



(a) Marcador na cena. (b) Rampa com $\theta = 30$ graus.

Figura 5.10: Ângulo de rotação do marcador para $\theta = 30$ graus.

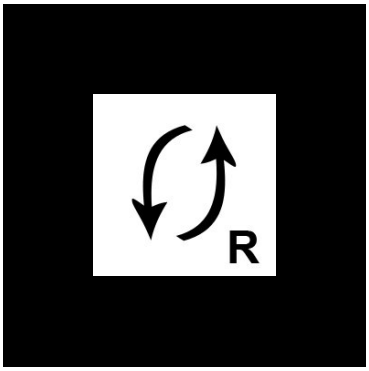


(a) Marcador na cena. (b) Rampa com $\theta = 60$ graus.

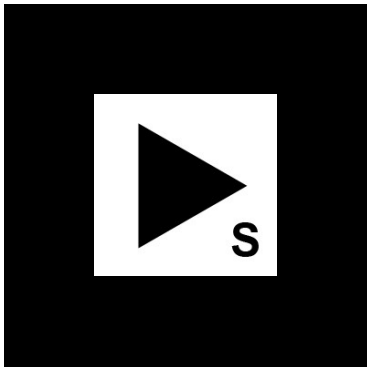
Figura 5.11: Ângulo de rotação do marcador para $\theta = 60$ graus.

calculada através da Equação 4.4. Com esses dados pode-se simular a descida do bloco calculando sua posição a cada instante de tempo de acordo com a velocidade do bloco no momento e a posição do mesmo no instante de tempo anterior.

Durante a simulação os valores da velocidade e aceleração do bloco são impressos no vídeo gerado. Além disso, também aparecem para o usuário o tempo gasto para o bloco descer todo o plano inclinado e o valor do ângulo θ.



(a) Posiciona o cubo no início da rampa.



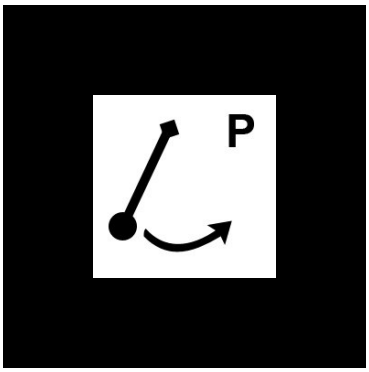
(b) Inicia a descida.

Figura 5.12: Marcadores utilizados na simulação da descida de um bloco sobre um plano inclinado.

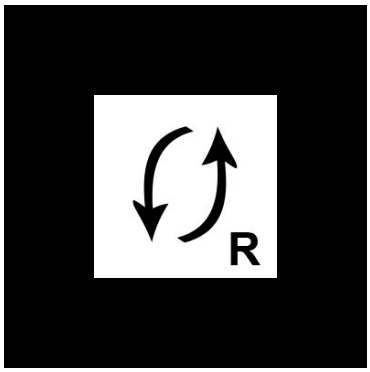
5.4 Pêndulo simples

O pêndulo simples será utilizado para demonstrar o movimento harmônico simples.

Para a simulação desse sistema físico foram utilizados dois marcadores. A inserção do marcador (Figura 5.13(a)) na cena possibilita ao usuário visualizar o pêndulo e o seu movimento harmônico simples. O resultado obtido pode ser visto na Figura 5.14.



(a) Desenha o pêndulo na cena.



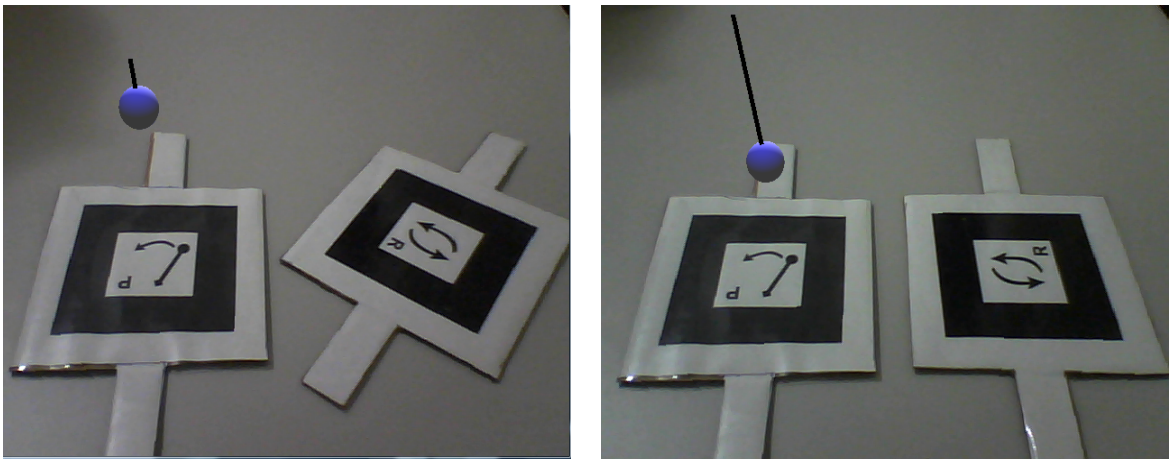
(b) Altera o comprimento do fio do pêndulo.

Figura 5.13: Marcadores utilizados na simulação do pêndulo simples.

O segundo marcador (Figura 5.13(b)), ao ser rotacionado, modifica o comprimento do fio. Essa possibilidade pode ser observada nas Figuras 5.15(a) e 5.15(b).

(a) (b)

Figura 5.14: Pêndulo visualizado na cena.



(a) Pêndulo com comprimento de fio igual a 10m

(b) Pêndulo com comprimento de fio igual a 30m

Figura 5.15: Modificando o comprimento do fio de acordo com ângulo de rotação do marcador.

O período do pêndulo, como visto anteriormente no Capítulo 4 Seção 12, só depende da gravidade do local e do comprimento do fio. Assim, optou-se por incluir um marcador que altera-se esse comprimento, forçando o cálculo do novo período e consequentemente gerando simulações diferentes para o mesmo evento físico.

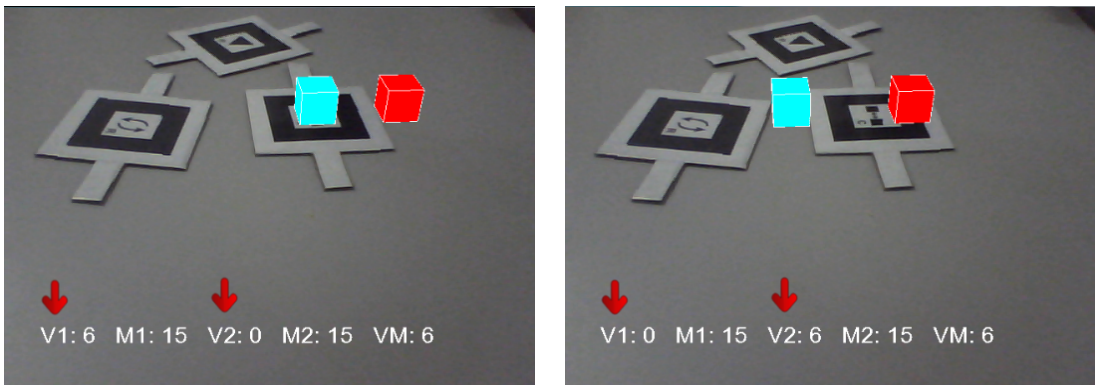
No vídeo serão impressos os valores da gravidade local, do período e do comprimento do fio. Através disso e com o auxílio da equação 4.11, o usuário poderá conferir os cálculos que determinam o período de um pêndulo simples.

6 Resultados

Nesse capítulo são apresentados os resultados obtidos do sistema proposto e implementado.

6.1 Colisão elástica entre blocos rígidos

Com as possibilidades de combinações, três casos de testes foram criados. No primeiro caso o bloco 1 e o bloco 2 possuem massas iguais. Assim como esperado, ao colidir, a energia cinética do cubo 1 foi totalmente transferida para o bloco 2. A velocidade do bloco 2 após a colisão é igual a velocidade do bloco 1 antes da colisão. O bloco 1 fica parado após a colisão. Ver (Figura 6.1).



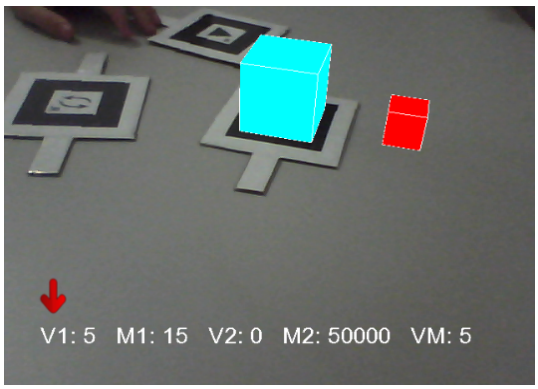
(a) Antes da colisão (b) Após a colisão

Figura 6.1: Colisão elástica entre blocos sólidos de mesma massa

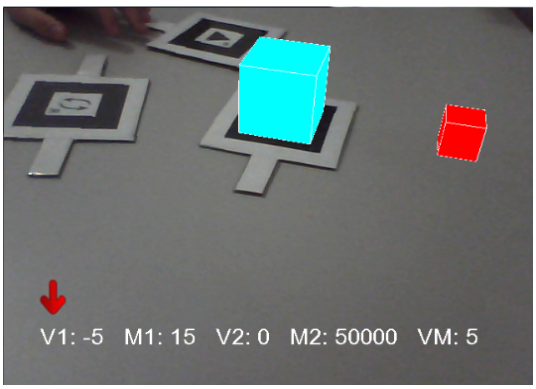
No segundo caso o bloco 2 possui massa muito maior que a do bloco 1. Como previsto anteriormente, após a colisão a velocidade do bloco 1 será igual em módulo, porém em direção contrária. O bloco 2 não se mexe durante a colisão. Ver (Figura 6.2).

No terceiro caso a massa do bloco 2 é vinte por cento da massa do bloco 1. Após a colisão, ambos os blocos possuem velocidade. E elas são definidas a partir das Equações 4.13 e 4.14 . Ver (Figura 6.3).

Os resultados esperados foram obtidos e os mesmos estão resumidos na Tabela

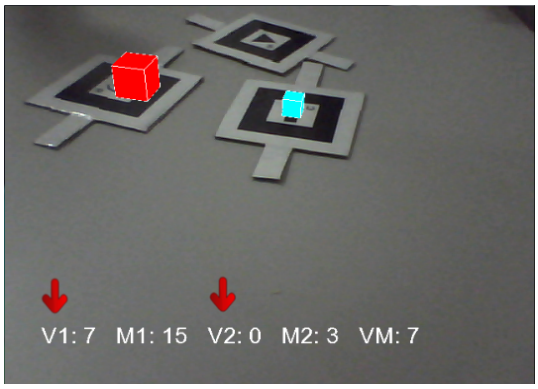


(a) Antes da colisão

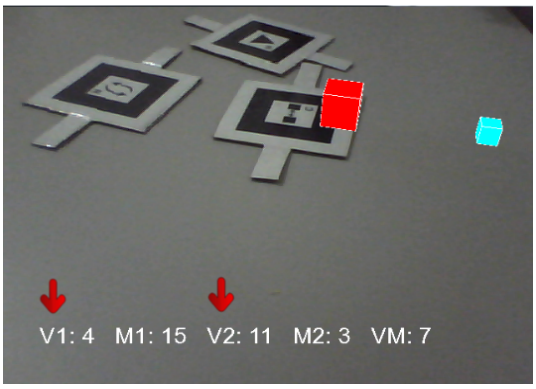


(b) Após a colisão

Figura 6.2: Colisão elástica entre blocos sólidos de massas diferentes. $M2 >> M1$



(a) Antes da colisão



(b) Após a colisão

Figura 6.3: Colisão elástica entre blocos sólidos de massas diferentes. $M1 > M2$

6.1. Com a simulação foi possível perceber que a velocidade inicial do bloco 1 o peso do bloco 2 são determinantes para o resultado final da colisão.

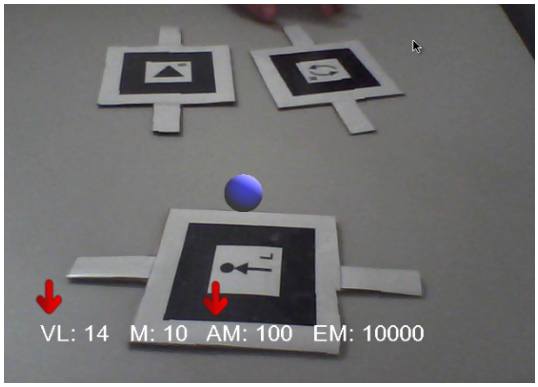
P_1 (Kg)	P_2 (Kg)	V_{1i} (m/s)	V_{2i} (m/s)	V_{1f} (m/s)	V_{1f} (m/s)
15	15	6	0	0	6
15	5000	5	0	-5	0
15	3	7	0	4	11

Tabela 6.1: Resultados obtidos na colisão elástica entre blocos rígidos.

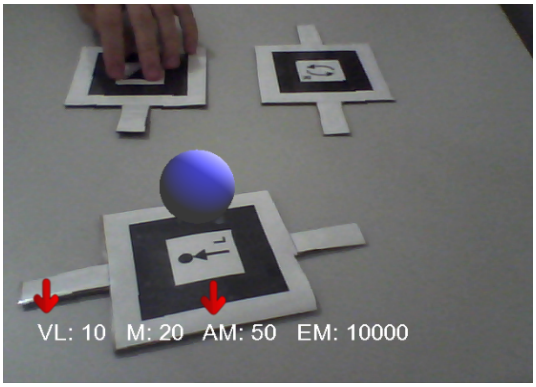
6.2 Lançamento vertical para cima e queda livre

Os testes realizados envolveram esferas de massas diferentes. Para cada sistema contendo uma esfera aplicou-se uma energia cinética inicial de lançamento.

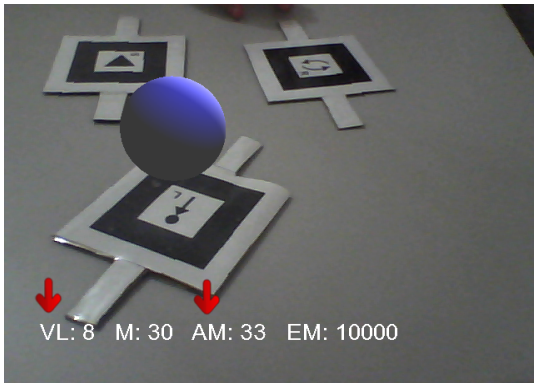
Na primeira simulação e no instante $t = 0$ a E_c é igual a 10.000J. A velocidade de lançamento da esfera, dependerá de seu peso e pode ser calculada utilizando a Equação 4.6. Sabe-se que essa velocidade será inversamente proporcional a raiz quadrada de sua massa. Os resultados para essa simulação podem ser acompanhados na Figura 6.4.



(a) M = 10



(b) M = 20

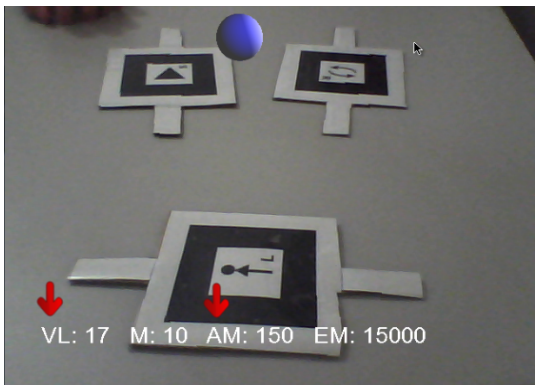


(c) M = 30

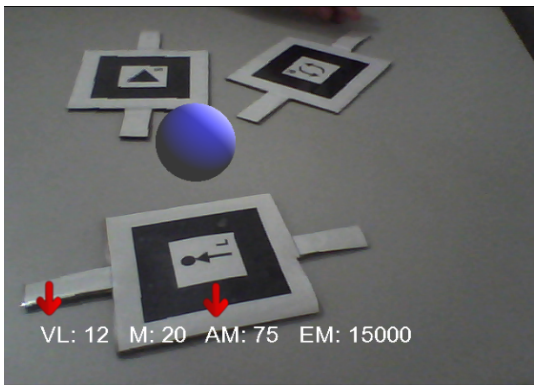
Figura 6.4: Lançamento vertical para cima e queda livre $E_m = 10.000$J

Utilizando-se do mesmo princípio explicado anteriormente, será calculada a velocidade de lançamento quando a energia cinética no instante $t = 0$ for igual a $E_c = 15.000$J. Os resultados estão expostos na Figura 6.5

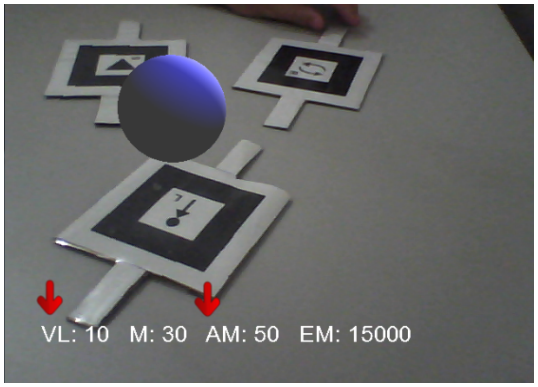
Os resultados esperados foram obtidos e os mesmos estão organizados na Tabela 6.2. Durante as simulações foi possível perceber o movimento uniformemente variado da esfera.



(a) M = 10



(b) M = 20



(c) M = 30

Figura 6.5: Lançamento vertical para cima e queda livre $E_m = 15.000$J

Peso (Kg)	Energia Mecânica (J)	Velocidade de lançamento (m/s)	Altura máxima (m)
10	10.000	14	100
20	10.000	10	50
30	10.000	8	33
10	15.000	17	150
20	15.000	12	75
30	15.000	10	50

Tabela 6.2: Resultados obtidos no lançamento vertical e queda livre.

6.3 Descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado

Sabe-se que a aceleração do cubo durante a descida é determinada somente pela gravidade do local e o ângulo do plano inclinado com o plano horizontal. Nos casos de testes a gravidade local é mantida constante enquanto o ângulo entre os planos é alterado.

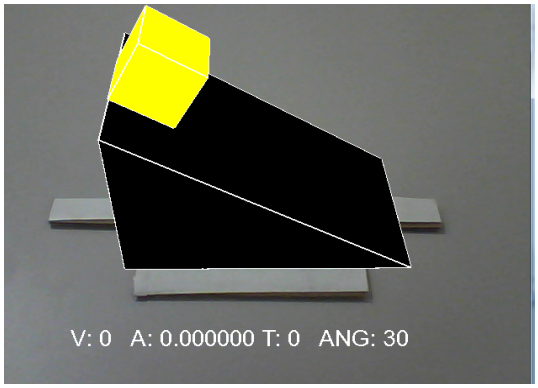
A Tabela 6.3 mostra os resultados obtidos para a aceleração dos blocos quando

o ângulo entre o plano horizontal e o plano inclinado varia entre 15, 30 e 45 graus.

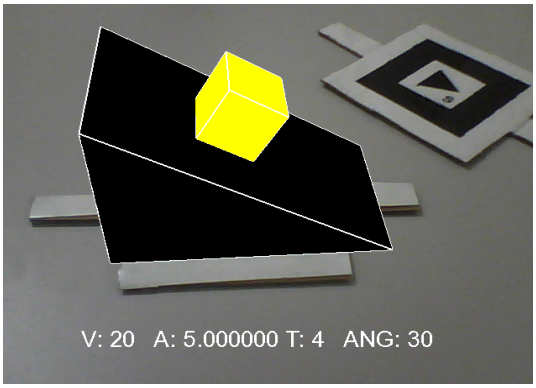
Ângulo (θ) em graus	Aceleração (m/s^2)
30	5
45	7,06
60	8,66

Tabela 6.3: Resultados obtidos na descida de um bloco apoiado sobre um plano inclinado e sob a ação gravidade local de 10 m/s^2.

Nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8 tem-se o resultado da simulação proposta. Nelas, pode-se observar os valores da aceleração e da velocidade durante a descida do bloco.

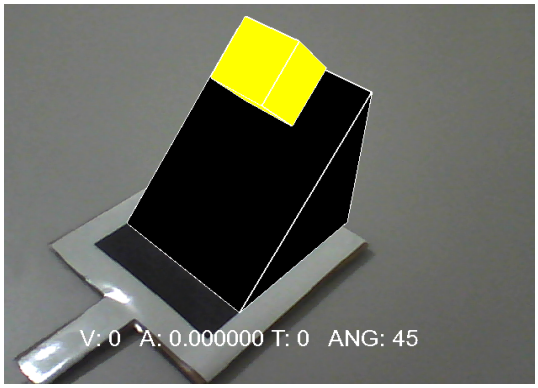


(a) Início da simulação.

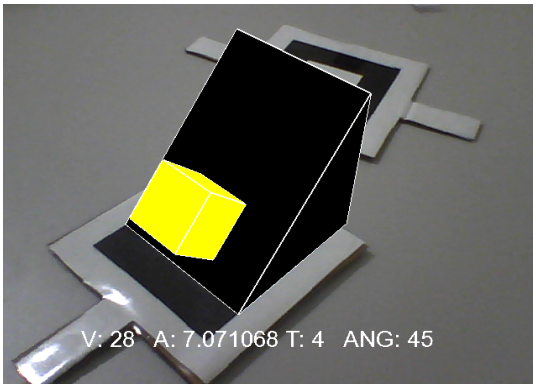


(b) Durante a simulação.

Figura 6.6: $\theta = 30$

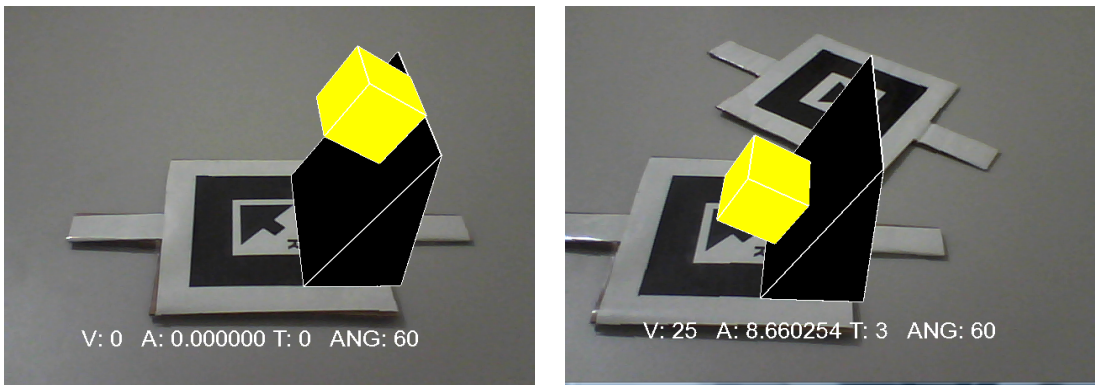


(a) Início da simulação.



(b) Durante a simulação.

Figura 6.7: $\theta = 45$



(a) Início da simulação.

(b) Durante a simulação.

Figura 6.8: $\theta = 60$

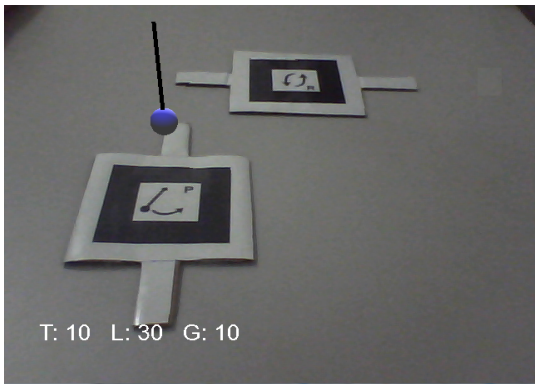
6.4 Pêndulo simples

As simulações do pêndulo simples mantiveram a gravidade e a amplitude θ constantes. Durante os testes somente o comprimento do fio foi alterado.

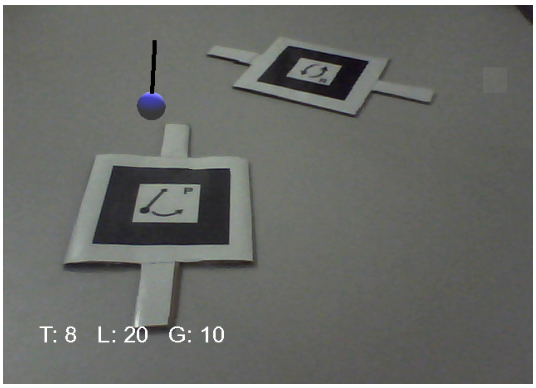
O período obtido para cada comprimento de fio estipulado correspondeu com o esperado pela Equação 4.11. Os resultados obtidos através da simulação de pêndulo simples estão expostos na Figura 6.9 e estão simplificados na Tabela 6.4. Durante a simulação foi possível acompanhar a trajetória do movimento harmônico simples realizada pelo pêndulo simples.

Comprimento do fio (m)	Período do pêndulo (s)
30	10
20	8
10	6

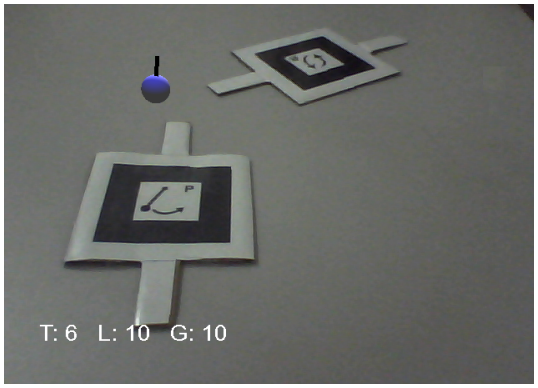
Tabela 6.4: Resultados obtidos na simulação de um pêndulo simples sob a ação de uma gravidade local de 10 m/s^2.



(a) $L = 10$



(b) $L = 20$



(c) $L = 30$

Figura 6.9: Pêndulo simples. $\theta < 15$

7 Conclusão

Este trabalho apresenta uma ferramenta de apoio ao ensino de física utilizando Realidade Aumentada. Todos as classes necessárias para o funcionamento dos módulos propostos foram implementadas sem o auxílio de bibliotecas auxiliares.

O modelo computacional elaborado foi dividido em módulos e cada módulo simulou um evento físico diferente. Os conceitos físicos necessários para desenvolver as aplicações foram abordados.

Foram realizados experimentos para a análise do sistema implementado. Para cada módulo, verificou-se se os conceitos físicos foram devidamente implementados e se os mesmos poderiam ser explicados utilizando a ferramenta.

Na colisão elástica entre blocos pretendia-se exemplificar a lei de conservação do movimento. Com a análise de três diferentes tipos de colisões foi possível obter resultados de acordo com o esperado. Utilizando-se de esferas e velocidades de lançamento diferentes foi possível simular e comprovar as transformações de energia através do lançamento vertical para cima e a queda livre. O movimento uniformemente acelerado e a decomposição de forças foram devidamente exemplificados na descida de um bloco sobre um plano inclinado. Os diferentes ângulos entre o plano inclinado e o plano horizontal comprovaram que, apesar da velocidade final ser igual entre as distintas simulações, a aceleração e o tempo de descida foram diferentes. Por fim, com o pêndulo simples simulou-se o movimento harmônico simples obtendo, para amplitudes pequenas, o período do pêndulo para diferentes tamanhos do fio.

Para trabalhos futuros pretende-se aumentar o grau de liberdade do usuário em determinar as variáveis da simulação. Abordar novos eventos físicos e integrá-los entre si é uma prioridade para futuras implementações. Assim, um bloco que desce por um plano inclinado colide com um outro bloco localizado no plano horizontal. Por fim, o atrito e a resistência do ar poderiam ser implementados como funcionalidades opcionais de cada evento físico simulado.

Referências Bibliográficas

Azuma, R. A survey of augmented reality. **Presence-Teleoperators and Virtual Environments**, v.6, n.4, p. 355–385, 1997.

Azuma, R.; Baillot, Y.; Behringer, R.; Feiner, S.; Julier, S. ; MacIntyre, B. Recent advances in augmented reality. **Computer Graphics and Applications, IEEE**, v.21, n.6, p. 34–47, 2001.

Carlos, H. **Suporte ao desenvolvimento de aplicações em realidade aumentada**, 2011.

Fjeld, M.; Juchli, P. ; Voegtli, B. **Chemistry education: A tangible interaction approach**. In: Human-computer interaction: INTERACT'03; IFIP TC13 International Conference on Human-Computer Interaction, 1st-5th September 2003, Zurich, Switzerland, p. 287. Ios Pr Inc, 2003.

Kato, H. **Artoolkit**, 05 2007. ARToolKit 2.65.

Kaufmann, H.; Schmalstieg, D. Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality. **Computers & Graphics**, v.27, n.3, p. 339–345, 2003.

Kaufmann, H.; Meyer, B. **Simulating educational physical experiments in augmented reality**. In: ACM SIGGRAPH ASIA 2008 educators programme, p. 1–8. ACM, 2008.

Kirner, C.; Zorzal, E. **Aplicaçõees educacionais em ambientes colaborativos com realidade aumentada**. In: Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, volume 1, p. 114–124, 2005.

Kirner, C.; Tori, R. ; Siscoutto, R. **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada**. Editora SBC, 2006.

Liarokapis, F.; Petridis, P.; Lister, P.; White, M. ; others. Multimedia augmented reality interface for e-learning (marie). **World Transactions on Engineering and Technology Education**, v.1, n.2, p. 173–176, 2002.

Maier, P.; Klinker, G. ; Tonnis, M. **Augmented reality for teaching spatial relations**. In: Conference of the International Journal of Arts & Sciences. Citeseer, 2009.

Schmalstieg, D.; Fuhrmann, A.; Szalavari, Z. ; Gervautz, M. **Studierstube-an environment for collaboration in augmented reality**. In: CVE96 Workshop Proceedings, p. 19–20, 1996.

Sielhorst, T.; Obst, T.; Burgkart, R.; Riener, R. ; Navab, N. **An augmented reality delivery simulator for medical training**. In: International Workshop on Augmented Environments for Medical Imaging-MICCAI Satellite Workshop, volume 141. Citeseer, 2004.

Zhou, Z.; Cheok, A.; Chan, T.; Pan, J. ; Li, Y. **Interactive entertainment systems using tangible cubes**. In: Proceedings of IE2004, Australian Workshop on Interactive Entertainment, 2004.

Zorzal, E.; Kirner, C.; Cardoso, A.; Lamounier Jr, E.; Oliveira, M. ; Silva, L. Ambientes educacionais colaborativos com realidade aumentada. **RENOTE**, v.6, n.1, 2010.